

中央大学特定課題研究費 ー研究報告書ー

所属	理工学部・数学科	身分	教授
氏名	芥川 和雄		
NAME	Kazuo Akutagawa		

1. 研究課題

（和文）双曲空間の積から双曲空間への調和写像の研究

（英文）Harmonic maps form the product of hyperbolic spaces to a hyperbolic space

2. 研究期間

2019・2020・2021 年度 ※2021 年度は新型コロナウイルス感染症特例対応により 1 年間延長

3. 研究の概要（背景・目的・研究計画・内容および成果 和文 600 字程度、英文 50word 程度）

（和文）調和写像の研究は、申請者芥川が大学院時代より行ってきた研究課題の一つである。コンパクト多様体間の調和写像の研究は既に完成の域に達していたが、対象を非コンパクト多様体間にするると、芥川、Li-Tam 等の双曲空間の間の調和写像の存在・一意性の研究が先駆的なものであった。その後、Donnelly によってランク 1 の非コンパクト対称空間の間の調和写像の存在・一意性へと研究が発展していった。一方、漸近的双曲空間(asymptotically hyperbolic space, AH 空間と略)の間の調和写像の存在・一意性の結果も芥川・松本佳彦によって示された。

このような状況下、次に目指す研究はランク 2 以上の非コンパクト対称空間の間の調和写像の存在・一意性の研究である。

そのためまず第一にそれらの局所モデルとして双曲空間の積から双曲空間への調和写像の存在・一意性の研究を行う。

現在までに得られたのは、

- (1) 調和写像が存在するとして、境界まで C^2 級の正則性を仮定すると、定義域は 2 次元の双曲空間、すなわち双曲平面、の積でなければならないということが得られた。
- (2) 近似解の構成に関するいくつかの結果を得た。

（英文）On the study of harmonic maps, that of harmonic maps between compact manifolds have been almost completed. On the other hand, on the study of harmonic maps between noncompact manifolds, Akutagawa and Li-Tam have given a pioneer work for the existence and uniqueness between hyperbolic spaces. Donnelly and Akutagawa-Matsumoto have extend these results.

The next study is harmonic maps between noncompact symmetric spaces of rank $r \geq 2$. For this, we will first consider the harmonic maps form the product of hyperbolic spaces to a hyperbolic spaces, as a local model of the above.

- (1) We have proved that a harmonic maps between them which is C^2 up to the boundary, then the source space must be the product of hyperbolic plane.

(2) We have obtained that some results on approximation solutions for them.