

## 2000年以上の歴史を持つ幾何学の新参者は図形を曲げてねじって引き伸ばす!

理工学部数学科/幾何学研究室

### 三好重明 教授

Shigeaki Miyoshi

図形や空間の特徴をいろいろな方法で探る学問の幾何学。幾何学と聞くと、定規やコンパスを使って、三角形や円を描き、辺の角度や長さを測る。あるいは、三角形の合同条件を証明するなどが思い浮かぶ人も多いことだろう。しかし、三好先生の幾何学は四次元や五次元といった異世界の図形を考えている。日常をかけ離れたこの分野が意外にも、私たちの暮らしに大に関わっているという。一体どんな関係があるのかうかがってきた。



やわらかい幾何学として知られるトポロジは異次元の空間が舞台となる

図形や空間の性質を調べる幾何学のなかで「トポロジー」を研究されている三好先生。まずは、トポロジーとは何かを教えてください。

「幾何学は2千年以上前のギリシア

から始まった学問です。幾何学の理論は、例えば二つの図形を平行移動や回転、折り返しさせた場合、ぴたりと重なる図形が同じものとされます。私はこの幾何学の一つであり、約100年と比較的新しい分野である「トポロジー(位相幾何学)」を研究しています。トポロジーの理論は先ほど述べた幾何学と比べて、二

つの図形を伸ばす・曲げる・ねじる・引っ張る・縮めるなど、連続的に変形させた場合に変わらない図形を同じとみなします。この場合、ちぎる、違う点をいっしょにすることはしないことを前提にしています。そして、二つの図形がお互いに移り合えるかどうかを考え、同じと思ったときに変わらない性質は何かを調べます。

とても柔軟性のある幾何学で『ゴム膜の幾何学』とも呼ばれています。位置関係や距離、形を絶対的なものとして扱う幾何学に対し、相対的なものとして扱うトポロジーは、物事のつながり具合を表現する概念といえる。有名な図形としては、把手の付いたコップとドーナツ。トポロジーでは、この二つは同じにみなさ



みよし しげあき

1954年、東京都生まれ。1973年私立武蔵高等学校卒業。1978年早稲田大学理工学部数学科卒業。1980年同大学大学院理工学研究科数学専攻前期課程修了、1983年同後期課程修了。その後、同大学理工学部助手、駒沢大学文学部専任講師、同大学同学部教授を経て、2001年中央大学理工学部数学科教授となり今に至る。その間、1992年から1994年まで米国パークリーの数理科学研究所研究員を務める。位相幾何学、特に葉層構造を専門とする。図形上の模様を研究対象とし、伸ばす・縮めるなどをして変わらない性質を探る。

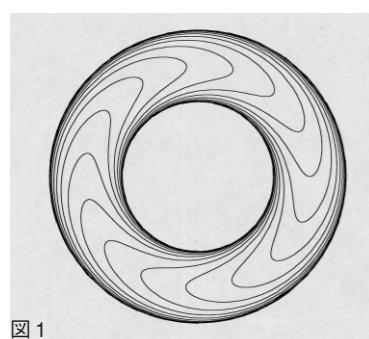


図1

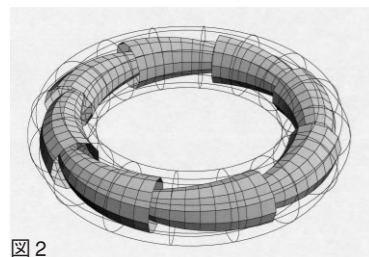


図2

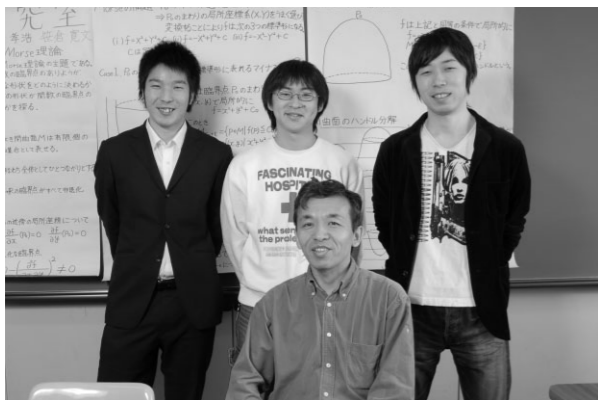
形にします。次に対象の性質を探り、見極めます。そして、見極めたことを証明する。また、証明するためにはどんな方法がよいのかも探る。要するに、調べる・理論的に書き下す・証

れる。先述にあるように、連続的に変形させて移り合えるためだそうだ。「さらに私は位相幾何学の中で『葉層構造』をメインテーマとしています。図1は円環面に模様が入っています。これが葉層構造です。図2は三次元の図形であり、ドーナツのような図形に描かれた、曲面の集まりです。図形を拡大すると曲面が積み重なって層を成していることがわかり、反対に図形全体として見ると模様になっていることがわかります。研究内容は、主に葉層構造の図形を切らないで引っ張る、縮めるなどをした場合に変わらない性質は何か、ということを考えています。また、図1は図2のドーナツを水平に輪切りにした断面図を描いたものとも思えます。例えば三次元の空間なら、

図2がさらに曲面でぎっしり層になっているように見えるのです。これは三次元だけでなく、どんな次元でも考えられる図形です」

**数学の論文は2千年後も決して消えることはない  
いわば「人類の宝」である**

はつきり言っても難しく、理解に時間がかかりそうだ。この日常生活からかけ離れたように思えるトポロジーを学んで、後の社会でどのようなことに役に立つのだろうか。「トポロジーが社会に出てすぐに役に立つかと聞かれたら、答えはノーです。でも実は、どんなジャンルにも応用できるのが『数学』なのです。数学では、対象を捉えて問題の



明が完成する、といったステップを踏むことが『理解する』ことになり、数学を学ぶことはこのような過程を学ぶことでもあり、知見を広めることや発見することの楽しさこそが数学であるとわかれば、何にでも役立てることができるのです」

図形そのものを社会で利用することは少ない。しかし、大人になると自分で答えを導き出すための「考える力」が必要となる。数学を学ぶことはこの考え方を学ぶことと言える。「数学の論文は2千年後になっても価値が下がることはありません。一度証明されたらそれだけで価値のあるものと言っているほどです。また、先ほど社会に出てから数学の知識が役に立たないと言いましたが、実際に役に立っているものもあります。一つは数学の複素数から誕生した『携帯電話』です。複素数とは平面を目盛る数であり、携帯電話内部に使われている半導体は、複素数が絶対必要です。半導体は物理学の量子力学により生まれましたが、量子力学もまた複素数がないと成り立たない。複素数から半導体、半導体から携帯電話と、すべては繋がっています。複素数が誕生した当時は、数

## 数学は固いもの世界 その思いを覆した 新しい幾何学との出会い

これほどまでに難しい分野を研究するということは、もともと数学や数字が好きだったのだろうか。

「小さいころから好きでしたが、成績はあまり良くありませんでした。数学の一つに初等幾何学の証明の勉強がありますね。授業で習った定理の証明を覚えればいいのですが、当時の私は覚えてもしようがない、



学的な必然から発見されただけで、まさか携帯電話のことは考えていないでしょう。反対に携帯電話を考えた人は複素数のことは考えない。しかし両者ははつきりと繋がっており、結局は相互作用が生まれています。

メインストリームである代数や解析、幾何学を2千年前以上からやっていた人は、役に立てようというよりも、おもしろそう・楽しそうという気持ちから数学を研究しています。数理の世界を探索することが数学者の役目だと思っている人も多く、おもしろい・知りたいと思つて探し、得られた知見や発見が、後に役立つ。

これと考えると『人間ってなんてすごいことをやるのだ！』とつくづく感心しますね」

とても楽しそうに語る三好先生。しかしまだまだ数学に対して苦手意識を持つ人は多いことだろう。そんな人に伝えたい、数学の魅力とは？「平面の二次元や立体の三次元は、存在する『モノ』として見る事ができますが、私の研究では四次元以上が対象となることも多く、実際のモノで考えることができない。しかし、ある問題を考えられているときパッと『見える』ときがあります。説明するのがたいへん難しいのですが、例えば場所がわからない人に道順を教えるとき、口で説明するよりも、地図を書いたほうがわかりやすい。地図が書けるということ、道順を理解していることとなり、道順をビジュアル化していることとなります。私の『見える』はこれに近い感じで、モノを単に見ることとは違い、問題を考えられているとき『暗い闇に包まれていた所に光が射して見えるようになる』というのが一番近いかな。イメージできないかもしれませんが、『見える』が他の数学に比べてイメージし

力がつけば自然と対応して証明できるはずだと考え、かたくなに覚えることをしなかつた。そのせいでテストの点が悪かつたというわけです。成績が悪ければ数学に苦手意識を感じます。ですから、後に幾何学のトポロジーに興味を持ったことを、自分自身不思議に思っています」

幾何学に対する苦手意識の殻を破つたのは数学者の遠山啓先生だったそうだ。

「大学入試に失敗し、浪人生活を送っていたときに、時間を有効に使って勉強をしようと決意。あまり成績の良くなかつた数学も一生懸命勉強しました。また、そのころは成績がいい人や才気煥発な人が学者になるもので、自分が数学者になるなんてとんでもない、と思っていました。ある日、予備校で遠山先生の講義を聞く機会があり、位相幾何学に興味を持つように。凡才だけど好きな数学を必死に勉強したら、数学者に何とかなれるのではないかと希望を持つようになり、次の受験は数学科一本で受けました。苦手だったぶん、柔軟な概念を持つ位相幾何学に人一倍驚き、幾何学への固定概念を破れたのではないかと思います。固いも

のでない世界で柔軟にいろいろできる、わかるのではないかとワクワクしました。また、葉層構造は大学のときに出会いました。大学4年生の卒業研究で、何をやるうか迷っていたとき、海外から葉層構造を日本へ持ち込んだ田村一郎先生の本を読んだことがきっかけ。

トポロジーは多様体という概念を図形として扱います。高校の数学で登場するXYZ座標で表される空間も多様体の一種で、一番簡単なものになります。曲線は一次元の多様体、曲面は二次元の多様体、立体は三次元の多様体、さらには四次元、五次元……、n次元まで考えます。

私が大学にいたころは、高次元の図形はたくさんさんの理論がすでにできあがっていて、三次元や四次元などはまだまだ研究の余地があつた状態でした。しかし、次元に制約されないものはないかと大学院での研究テーマを探していたときに葉層構造を知り、高次元の図形だけでなく、そのなかにある図形の『模様』を考える分野に大変興味を持ちました。対象もさることながら、絵を描くというビジュアル面でもいいなと思つたのです」

やすいほうですよ(笑)。一般には四次元以上のものを描くことは、どんなにがんばっても無理ですが、数学者は常に四次元を一本の線、あるいは頭のなかで描くことで『見よう』としているのです。数学をやつていてよかつたと思う瞬間は、長い苦労の末にあるときフツツと見えるとき。わかること自体が楽しく、この楽しさがあるからこそがんばれる」

抽象的なものを実際に描くことはできないが、思い描くことは大いに可能。ちなみに、三好先生は電車の中で考えることがあり、座りながら図形を想像し『見える』こともあるとのこと。「数学は誰にでもわかるようにできているという言い方があります。体系を証明する場合なら、積み重なっている体系を下から順に理解をしていけばいいのです。または、一つの問題なら、いろいろと議論を重ね積み上げることで理解します。高校までに習っていた数学は、答えが用意されていますが、本来の数学は即物的なものではなく、自分で答えを考え出していくもの。わかるまではたいへんですが、わかると本当に楽しい分野です」

## 答えは自分で探すもの 前向きさと積極さが 数学を通して成長につながる

大学院では独学に近い形で葉層構造を研究。どうしたらもっと研究できるか、何をすればよいかを常に自分で考え、行動しなければならなかつた。そのため、シャイな性格であるにも関わらず、当時はいろいろな人を尋ねていったという。

「数学には数学者になりたい、数学を使いたいなど、いろいろな角度から関わってくれば良いと思います。そして『自分で考える』気持ちを保持して欲しい。大学は中学・高校とは違い、自分で学ぼう、考えようとする姿勢が必要になります。その姿勢は社会でも必要です。先生がすすめた本を読んでおもしろくないと思うことと、自分で見つけた本を読みつまらないと思うことは違います。前者は紹介した先生が悪いと思うだけです。後者は次はこういったものを買おうと学ぶことができます。まずは何でも自分の頭で考え、選んでください。そして失敗をたくさんして、経験からいろいろなことを身につけていって欲しいですね」