

理工学部数学科／
解析学研究室



松山 登喜夫 教授

偏微分方程式論

【プロフィール】

松山登喜夫(まつやま ときお)▷1958年、北海道函館市生まれ。東京都立大学理学部数学科卒業。同大学院理学研究科修士課程数学専攻修了。理学博士(論博)。和洋九段女子中学校・高等学校教諭、函館工業高等専門学校一般科日助教授を経て、前職は、東海大学理学部数学科教授(理学研究科修士課程数理学専攻指導教員、総合理工学研究科総合理工学専攻指導教員兼任)。2005年には、ピサ大学数学教室客員研究員として1年間勤務。2011年、中央大学理工学部数学科教授に就任。

弦の振動を記述する「波動方程式」をはじめとする「偏微分方程式」とその周辺領域に精通する数学者、理論研究者を育成する

「波動方程式」、「ポアソン方程式」、「熱伝導方程式」などに代表される「偏微分方程式」は、物理学の基礎的な方程式でもあります。自然科学や自然現象の記述とも深い関係があるという「偏微分方程式」とその周辺領域の学問分野を、純粋数学の立場から研究しているのが松山先生です。4年越しの研究成果が実り、最近発表した論文が好評を博しているという松山教授は、「それでもまだまだ未解明な課題が多数ある」と語りません。松山先生によれば、「難解でいて奥深いのが魅力」という「偏微分方程式」の世界を、じっくりと探求する数学理論研究の楽しさや醍醐味などについて、お話をしていただきましょう。

研究者人生を大きく変えた 1冊の本との出会い

インタビューが始まるとまず、一冊の本を取り出した松山先生。表紙には『偏微分方程式論』溝畑茂著の文字。

「私がこの溝畑茂先生の本を真剣に読んだのは12年ほど前で、40歳ぐらいの時です。出会ったのはもっと昔ですが、学生時代はとてもしゃないが難しくて読めませんでした。

1965年に初版が発行されたこの本がどれほどに素晴らしいかと言うと、英語などに翻訳されていることもそうですが、ロシアの名門モスクワ大学では、数学科の教科書にも採用されていることがその証左になるでしょう。日本の大学では教科書として使いにくい。とても素晴らしい本ですが難解でもある。

溝畑茂先生はこの本で特に、私の研究分野である『偏微分方程式』の『双曲性』という概念について論じられています。そしてこの本を読んだ時に、それまで私の頭の中でぼやっとしていたものがパッと明瞭になり、『あ、わかったぞ』という感覚が生まれたのです。以来、私は溝畑茂先生の数学的考察を師にしながら、研究の対象を偏微分方程式の1つである『波動方程式』を中心に現在も続けているのです」

原子力発電とも関わる 「偏微分方程式」

自然科学や自然現象の記述とも関係があるという「偏微分方程式」。その世界を松山先生に解説していただきましょう。

「時間と空間という2つ以上の独立変数を持つ関数が満たす微分方程式を『偏微分方程式』と呼びます。時間と空間に関係する事象へ応用ができることから、自然現象を記述する際に使われるわけです。

代表的な偏微分方程式をあげると、『波動方程式』、『ポアソン方程式』、『熱伝導方程式』。型が違った方程式ですがこの3つが代表的な偏微分方程式です。それぞれ物理学に現れる基本的な方程式でもあります。

私が研究している『波動方程式』は、わかりやすい例を言えば、弦の振動です。ヴァイオリンなどの弦をはじくと、音が聞こえてきます。その弦の振動の様子などを記述する方程式です。また、音が伝わる様子も波動方程式で記述できますが、これは『音響伝播方程式』と呼ばれています。

一方、『熱伝導方程式』は熱伝導だけでなく、拡散現象全般にも適用できるもので、たとえば原爆製造や原子力発電所などとは切っても切れない縁を持った方程式なのです。

偏微分方程式の研究で知った 「奥の深い世界」とは

では具体的な研究の内容について、説明をしていただきます。

「研究内容としては、波動方程式を含む双曲型方程式において、解が時間の経過につれて、どのような挙動をするのか、ということなどを数学的にいろいろ調べています。



▲松山教授の人生を変える1冊となった、溝畑茂氏の著書『偏微分方程式論』（岩波書店）。

双曲型の定義というのは難しいのですが、偏微分方程式はある種の操作によって代数方程式に直します。2次方程式や3次方程式などの代数方程式に直す手続きがあります。その代数方程式の根が、『実根』であるというときに双曲型方程式と言われている。

この定義を正確に与えたのが前述した溝畑先生なのです。『双曲型であるためには根が実であるべし』という、『ラックス・溝畑の定理』という有名な定理があるのですが、そういう定理に基づく研究を行っているのです」

研究を続けていくことの醍醐味を聞くと、松山先生からはこんな答えが返ってきました。

「私は純粋に数学研究として取り組んでいます。偏微分方程式はとても奥の深い世界です。奥が深いという意味は、研究の過程において、数学の他分野の諸概念と深くかかわっているということです。

たとえば私の場合は、『微分幾何学』や『解析学』の分野である『調和解析』という手法を偏微分方程式の研究に取り込んだりもします。これは、偏微分方程式が他の分野の理論とも親和性があるから可能になったわけで、つまり、奥深さの一例なのです」

●メモ 「偏微分方程式」とは？

偏微分方程式は「独立変数」、これらの変数の「関数」、「偏導関数」を含んだ方程式のこと。
物が「空間」に依存する現象などは偏微分方程式によって記述されることが多い。また、自然科学では、流体や重力場、電磁場といった場に関する自然現象を記述することにしばしば用いられる。
高校で習う微分方程式は「常微分方程式」で、未知関数は本質的に1つ。
物が「時間」に依存する現象の記述、パネの運動、惑星の軌道・運動の記述などに用いられる。

<主な偏微分方程式>

波動方程式、ラプラス方程式、熱伝導方程式、移流方程式

不眠不休の論文執筆の努力が実り 高評価の自信作が完成

日々の研究もさることながら、その成果の集大成である論文作成も研究者の重要な仕事です。

「私の場合、作った定理を論文に発表するのが仕事になりますが、この作業は集中を要する大変な作業です。期間はそれぞれ違いますが、1年くらいはかけることが多く、今（取材

時は2011年7月）抱えている仕事はロンドン大学の研究者と4年越しのもので最長記録です。その中でもラストスパートの1か月は、まさに不眠不休にも近い状態です。でも、講義では『昨日は徹夜です』なんて言えませんから、授業は授業でがんばります（笑）。

2010年に書き上げた論文名は『外部領域におけるポテンシャルを有する3次元波動方程式の分散性』です。

外部問題とは障害物で、障害物に波があたって反射したときの波の挙動を意味します。ポテンシャルとは、空間になんらかの力がかかっている状況で、解の分散型評価というものを出しました。これはかなり評価されていて、自分の代表作の1つですね」

こう言うと照れることなく、にこやかに笑う松山先生のその笑顔には、研究者としての達成感が表出しています。

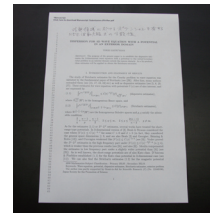
イタリアのピサ大学へ1年間赴任した経験のある松山先生は、イタリア語の習得も短期集中でマスターしたのだとか。

「英語ができればなんとかなる、と思って行ったらダメでした（笑）。そこで友人を積極的に作って、実地にマスターしていきましたね」

物理や自然科学との関係性から、応用寄りの研究対象にもなる「偏微分方程式」ですが、松山先生は純粋数学として研究に取り組んでいます。最後にその数学研究者としての思いを込めて、こんな話をしてくれました。

「偏微分方程式の1つ『熱伝導方程式』などは、特に様々な産業にも応用されています。原子力発電所もその1例です。ところが産業応用というのは多くの場合、数学理論の『近似』を都合よく使うわけです。

たとえば原子力発電所。これはあくまでも個人的な意見ですが、純粋数学者から言わせれば『熱伝導方程式によれば原子力は危険です』、ということになる。それが『近似』で産業化されれば、なおのこと危険です。つまり、数学理論を軽んじてはいけない、ということ。先だつての原発事故に際して、そういう思いをより強めました」



▲高い評価を得た論文「外部領域におけるポテンシャルを有する3次元波動方程式の分散性」。キルヒホッフ方程式を連立方程式にして、長大な定理を導き出した。

Message ~受験生に向けて~

数学を勉強していくと、わからないことによくぶつかります。これは大学教授であってもまったく同じことが言えます。こういう時は「納得のいくまで考えるように努力すること」がとても大事です。そのためには粘り強さが必要です。数学は、単に公式を覚える学問ではありません。とても興味深い文化だというのが、私の持論です。自分自身の壁を取り払い、あらゆる文化を受け入れる器の大きさを持ってほしいと思います。